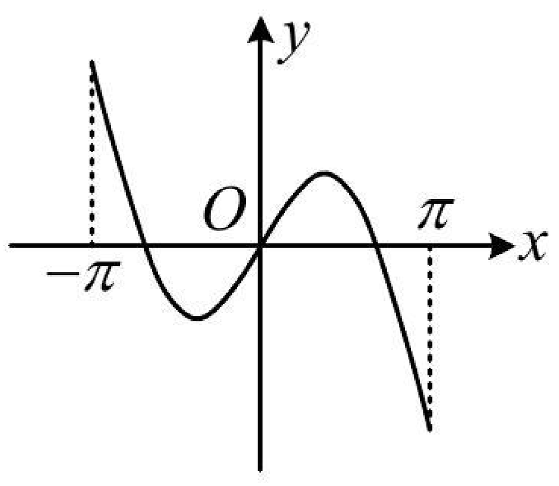
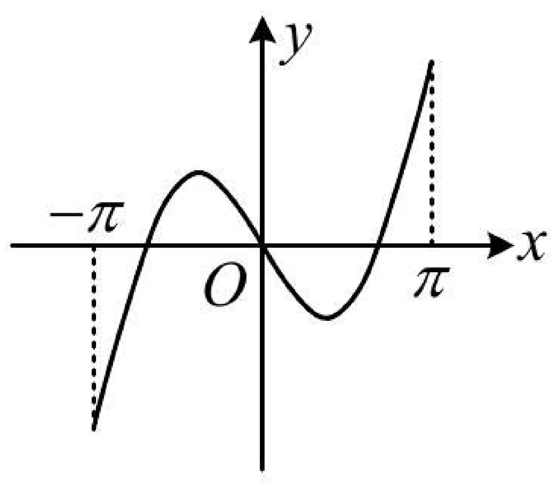
强化训练

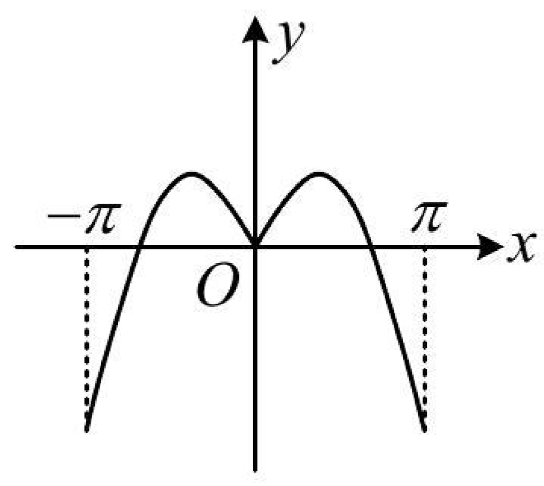
1．（2020·浙江卷·★）函数 $y=x\cos x+\sin x$ 在区间 $[-\pi,\pi]$ 上的图象可能是（　　）



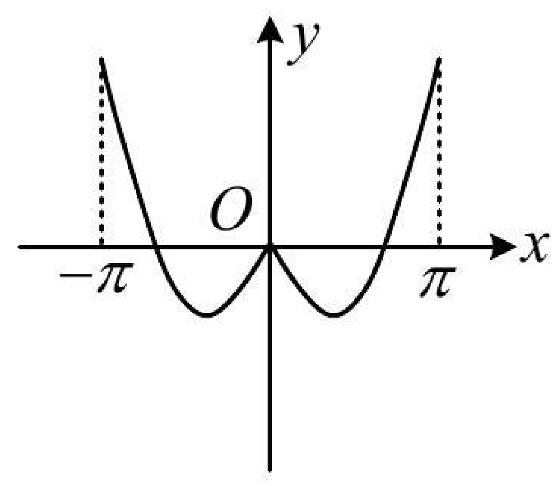
(A)



(B)



(C)



(D)

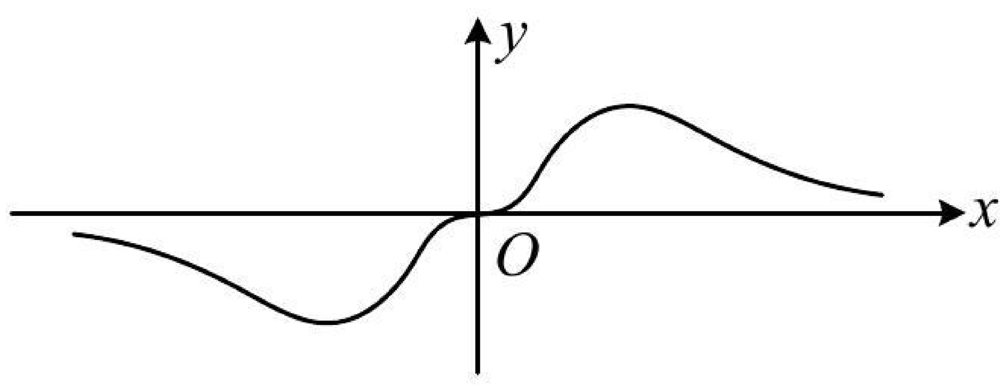
答案：A

解析：A、B 为奇函数，C、D 为偶函数，从奇偶性能排除两个选项，记 $f(x)=x\cos x+\sin x$，

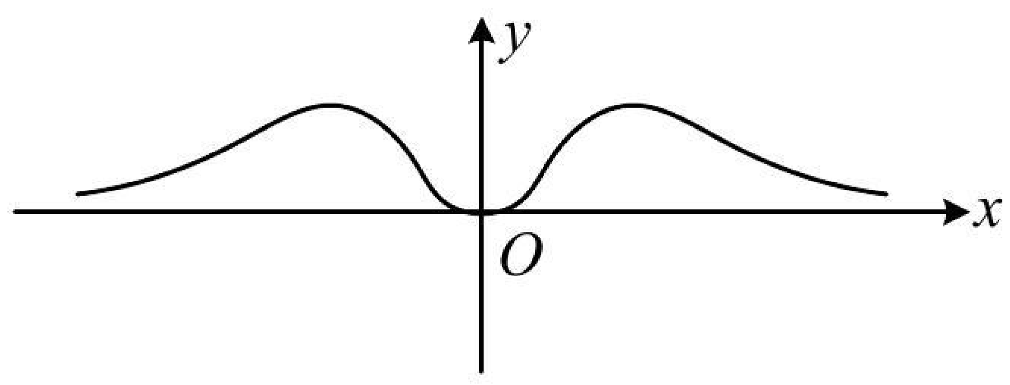
则 $f(-x)=(-x)\cos(-x)+\sin(-x)=-x\cos x-\sin x=-f(x)\Rightarrow f(x)$ 为奇函数，排除 C、D；

选项 A 和 B 的差异是函数值的正负，$f(\pi)=\pi\cos\pi+\sin\pi=-\pi<0$，排除 B，选 A.

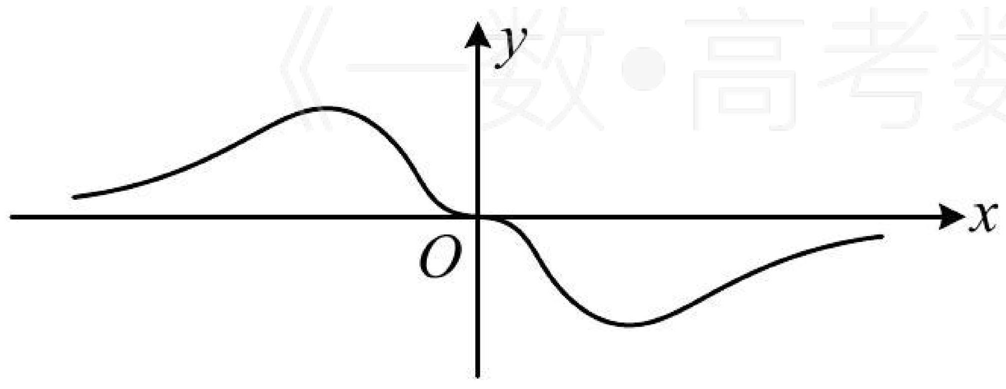
2．（2022·湖北月考·★）函数 $f(x)=\dfrac{x^3}{3^x+3^{-x}}$ 的部分图象大致为（　　）



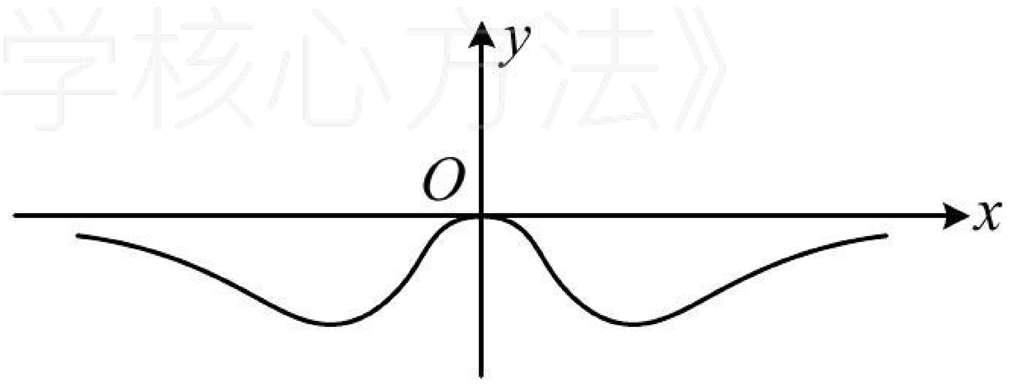
(A)



(B)



(C)



(D)

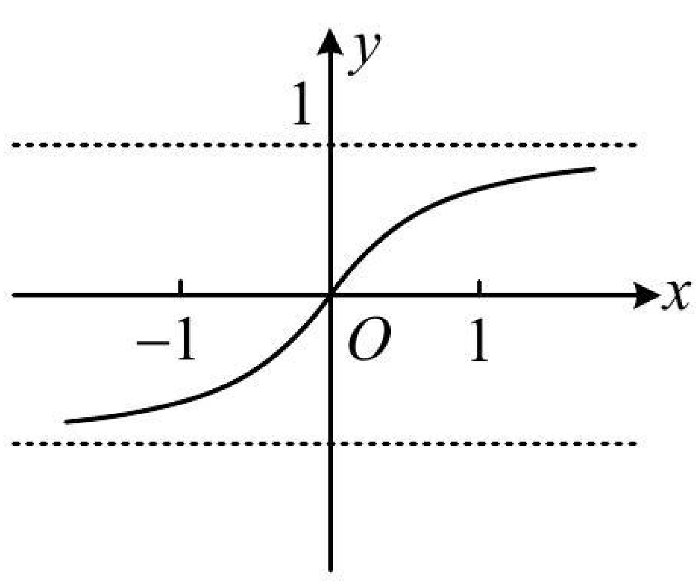
答案：A

解析：A、C 为奇函数，B、D 为偶函数，可通过判断奇偶性排除两个选项，

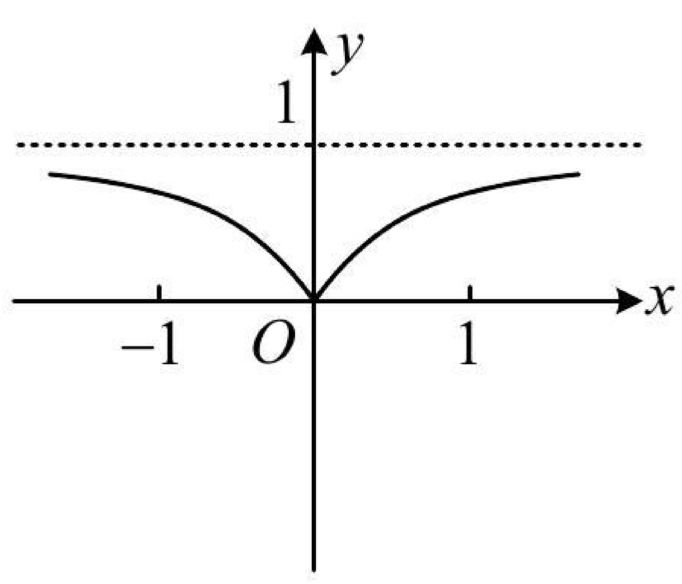
由题意，$f(-x)=\dfrac{(-x)^3}{3^{-x}+3^x}=-\dfrac{x^3}{3^x+3^{-x}}=-f(x)\Rightarrow f(x)$ 为奇函数，排除 B、D；

选项 A、C 的差别是函数值的正负，当 $x>0$ 时，$f(x)=\dfrac{x^3}{3^x+3^{-x}}>0$，排除 C，选 A.

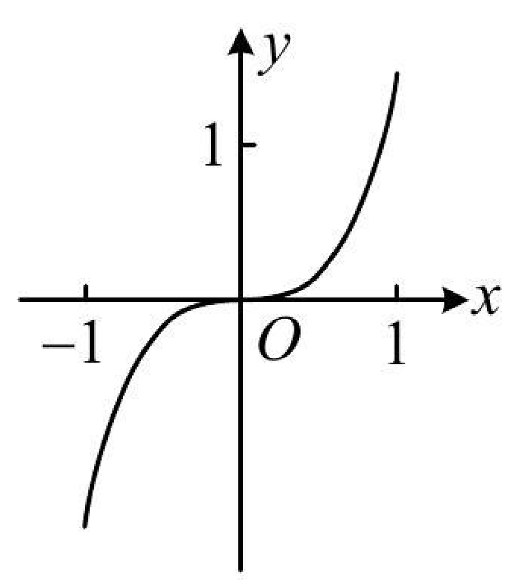
3．（2022·浙江衢州期末·★★）函数 $f(x)=\dfrac{2^x-2^{-x}}{2^{|x|}}$ 的部分图象大致为（　　）



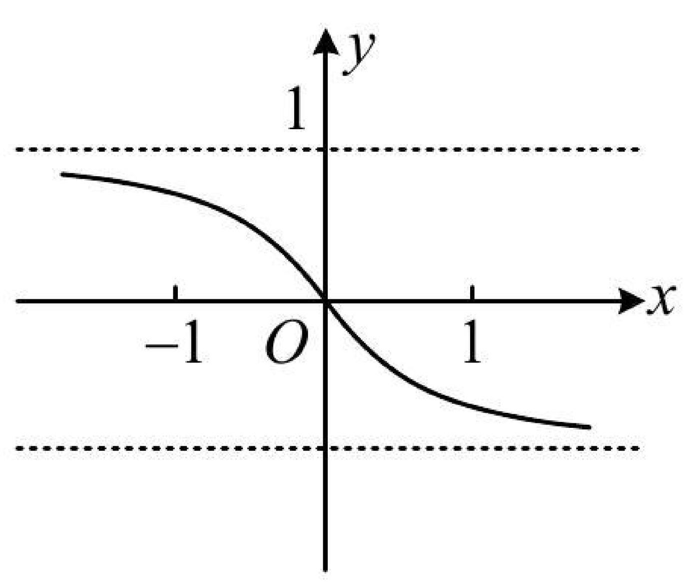
(A)



(B)



(C)



(D)

答案：A

解析：选项中 A、C、D 是奇函数的图象，B 是偶函数的图象，先看奇偶性，

$$f(-x)=\frac{2^{-x}-2^{x}}{2^{|-x|}}=-\frac{2^{x}-2^{-x}}{2^{|x|}}=-f(x)\Rightarrow f(x)\text{是奇函数，排除 B；}$$

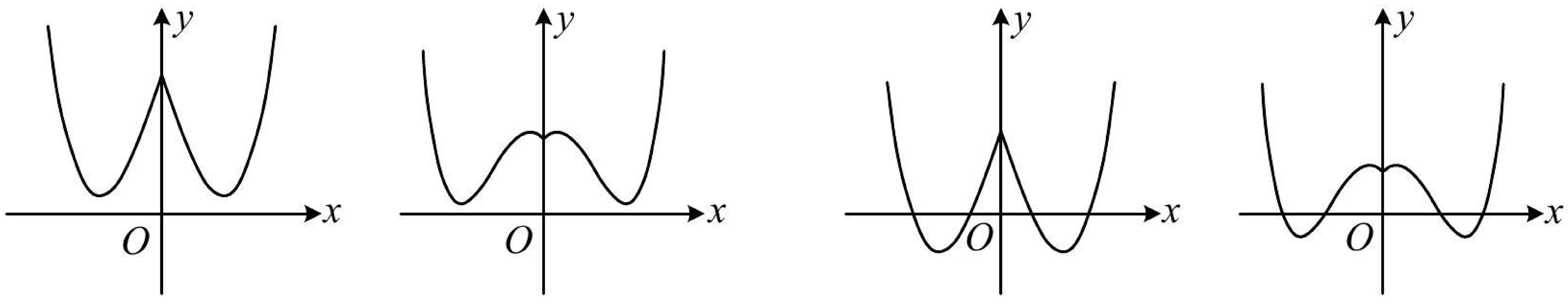
选项 A、C、D 函数值的正负有差异，所以再判断函数值的正负，

当 $x>0$ 时，$x>-x$，所以 $2^{x}>2^{-x}$，从而 $2^{x}-2^{-x}>0$，又 $2^{|x|}>0$，所以 $f(x)>0$，排除 D；

选项 A、C 怎么区分？二者在 x 趋于无穷时的变化趋势不同，可以分析极限，

当 $x\to+\infty$ 时，$f(x)=\dfrac{2^{x}-2^{-x}}{2^{|x|}}=\dfrac{2^{x}-2^{-x}}{2^{x}}=1-2^{-2x}\to 1$，排除 C，选 A.

4.（2022 • 浙江期中 • ★★★）已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{|x|}-2x^{2}$，则 $f(x)$ 的图象可能是（　　）



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

答案：D

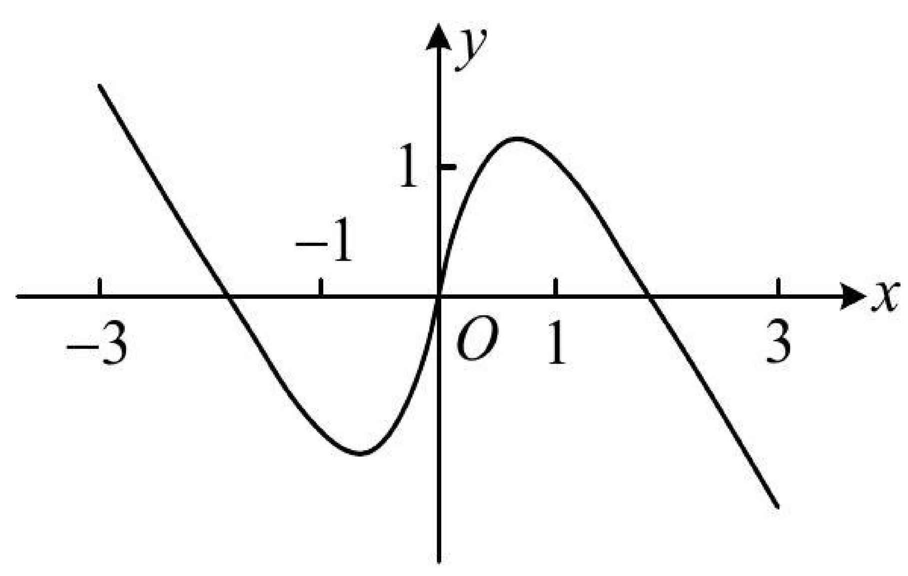
解析：四个图象都关于 y 轴对称，所以本题从奇偶性无法排除选项，四个图象有两点差异我们要抓住，第一，函数值有没有负的；第二，$x=0$ 附近的单调情况；下面分别考虑，

注意到 $f(2)=\mathrm{e}^{2}-8<0$，所以函数值有负的，排除 A、B；另一方面，当 $x>0$ 时，$f(x)=\mathrm{e}^{x}-2x^{2}$，

所以 $f'(x)=\mathrm{e}^{x}-4x$，从而 $f'(0^{+})=1>0$，故 $f(x)$ 在 y 轴右侧应先↗，排除 C，选 D.

5.（2022 • 全国乙卷 • ★★★）右图是下列四个函数中的某个函数在 $[-3,3]$ 的大致图象，则该函数是（　　）

（A）$y=\dfrac{-x^{3}+3x}{x^{2}+1}$　（B）$y=\dfrac{x^{3}-x}{x^{2}+1}$　（C）$y=\dfrac{2x\cos x}{x^{2}+1}$　（D）$y=\dfrac{2\sin x}{x^{2}+1}$



答案：A

解析：先看看能从所给图象上挖掘出一些什么样的性质，再来验证选项是否满足这些性质，

从图象可以看出，当 $x=3$ 时，$y<0$，选项 B、D 不满足这一点，排除掉；

那 A、C 两个选项怎么选呢？图中还标了 $x=1$ 这个位置，可以用 $(0,1)$ 上函数值的情况来鉴别，

对于选项 C，当 $0<x\le 1$ 时，$\dfrac{2x}{x^{2}+1}=\dfrac{2}{x+\frac{1}{x}}\le\dfrac{2}{2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}}=1$，$0<\cos x<1$，所以 $y=\dfrac{2x\cos x}{x^{2}+1}<1$，

与图象不符，排除掉，故选 A.（此处也可直接计算 $x=1$ 处的函数值来排除选项 C）